$$\Rightarrow \sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k^2} \le \sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k-1} - \sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k}$$

$$\Rightarrow U_n - 1 \le \sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{k} - \sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k}$$

$$\Rightarrow U_n - 1 \le 1 + \sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k} - \frac{1}{n} - \sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k} \Rightarrow U_n - 1 \le 1 - \frac{1}{n} \Rightarrow U_n \le 2 - \frac{1}{n}$$

c) (U_n) est croissante et majorée par 2

elle est donc convergente soit $\ell = \lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

(U_n) est croissante $\Rightarrow U_n \ge U_3$, pour $n \ge 3$

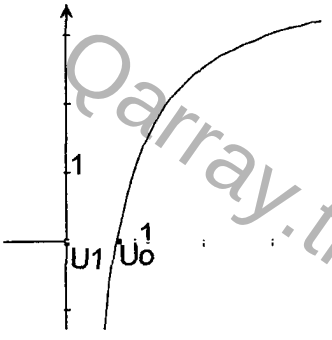
$$\Rightarrow \frac{49}{36} \le U_n \le 2 - \frac{1}{n} \quad or \quad \lim_{n\to+\infty}(2-\frac{1}{n}) = 2 \quad \text{d'où} \quad \frac{49}{36} \le \ell \le 2$$

EXERCICE№15

$x \in]0,+\infty[$

1) $f(x) = 4 - \frac{3}{x}$ $\qquad f'(x) = \frac{3}{x^2} > 0$

x	0	+∞
f'(x)	+	
f(x)	-∞ ↗	4



2) $\begin{cases} U_0 = \frac{3}{4} \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$; $n \in \mathbb{N}$

a) $U_1 = f(U_0) = f(\frac{3}{4}) = 0$

b) $U_2 = f(U_1) = f(0)$ n'existe pas d'où (U_n) n'est pas définie

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn